ИМЯ И ФАМИЛИЯ ДАТА ПЕРИОД

Сопроводительные материалы для семей

Степени и экспоненциальное представление

Здесь представлено краткое изложение видеоуроков для модуля 7 8-го класса: Степени и экспоненциальное представление. В каждом видео освещаются основные концепции и термины, с которыми знакомятся учащиеся в ходе одного или нескольких уроков модуля. В основе краткого изложения видеоуроков лежит краткое изложение уроков в письменном виде, представленное в конце уроков в учебном плане. Цель этих видеоматериалов — помочь учащимся повторить и проверить понимание важных концепций и терминологии. Вот несколько возможных способов использования этих видеоматериалов семьями:

- Быть в курсе концепций и терминологии, которые учащиеся изучают в классе.
- Смотреть со своим учащимся и делать паузу на ключевых моментах, чтобы предполагать, что будет дальше, или придумывать другие примеры для терминов (выделенных жирным слов).
- Рассмотреть возможность проходить по ссылкам, связывающим с другими модулями, чтобы повторять математические концепции, которые приводят к этому модулю, или предварительно просматривать путь от концепций этого модуля к последующим модулям.

8-й класс — модуль 7: Степени и экспоненциальное представление	Vimeo	YouTube
Видео 1: Правила работы со степенями (уроки 1–4)	Ссылка	Ссылка
Видео 2: Другие правила работы со степенями (уроки 5–8)	Ссылка	Ссылка
Видео 3: Степени числа 10 (уроки 9–12)	Ссылка	Ссылка
Видео 4: Экспоненциальное представление (уроки 13–15)	Ссылка	Ссылка

Видео 1

Видео «VLS G8U7V1 Правила работы со степенями (уроки 1–4)» доступно по ссылке: https://player.vimeo.com/video/514770006.

Видео 2

Видео «VLS G8U7V2 Другие правила работы со степенями (уроки 5–8)» доступно по ссылке: https://player.vimeo.com/video/514774451.

Видео 3

Видео «VLS G8U7V3 Степени числа 10 (уроки 9–12)» доступно по ссылке: https://player.vimeo.com/video/514773112.

Видео 4

Видео «VLS G8U7V4 Экспоненциальное представление (уроки 13–15)» доступно по ссылке: https://player.vimeo.com/video/514792288.

Обзор степеней

Сопроводительные материалы для семей 1

На этой неделе ваш учащийся будет изучать правила умножения и деления выражений со степенями. Степени представляют собой способ отслеживания количества многократных перемножений числа на само себя. Например, вместо выражения $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$ можно записать 8^7. Число, многократное умножаемое само на себя, называется основанием. В этом примере это 8. Здесь 7 называется степенью.

Используя наши знания о многократном перемножении, выведем несколько «правил» работы со степенями. Например, предположим, необходимо осмыслить выражение $10^3 \cdot 10^4$. Переписав таким образом, чтобы показать все множители, получим $(10 \cdot 10 \cdot 10) \cdot (10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10)$. Поскольку фактически это выражение представляет собой 7-кратное перемножение числа 10 само на себя, можно записать $10^3 \cdot 10^4 = 10^7$. Пересчитав повторяющиеся множители (а именно, 10), мы объединяем степени (к 3 прибавляем еще 4). Это подводит нас к пониманию более общего правила работы со степенями, когда при умножении степеней с одним и тем же основанием мы складываем степени:

$x^n \cdot x^m = x^{n+m}$

Используя аналогичные рассуждения, мы можем прийти к выводу, что при работе со степенями степеней эти степени перемножаются:

$(x^n)^m = x^{n \cdot m}$

Эти закономерности в дальнейшем позволят нам сделать и другие выводы.

Ниже приводится задача, которую следует попробовать решить со своим учащимся:

1. Джада и Ной пытаются осмыслить выражение $10^4 \cdot 10^5$. Ной говорит: «Поскольку мы умножаем, мы получим 10^{20}». Джада говорит: «Не думаю, что из этого можно получить 20 раз по 10». Ты согласен с кем-либо из них?
2. Затем Джада и Ной начинают рассуждать об аналогичном выражении, $(10^4)^5$. Ной говорит: «А это будет равно 10^{20}, потому что есть пять групп по 4». Джада

говорит: «Я согласна, это будет равно 10^{20}, но потому что здесь 4 группы по 5». Ты согласен с кем-либо из них?

Решение:

1. Джада права. Переписав $10^4 \cdot 10^5$, чтобы показать все множители, получим $(10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10) \cdot (10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10)$. Мы видим, что всего перемножается 9 раз по 10. Это позволяет понять, что происходит, когда мы пользуемся правилом, чтобы записать $10^4 \cdot 10^5 = 10^{4+5} = 10^9$.
2. На этот раз прав Ной. Рассматривая $(10^4)^5$, мы понимаем, что, судя по внешней степени 5, перемножаются 5 10^4. Таким образом, $(10^4)^5 = 10^4 \cdot 10^4 \cdot 10^4 \cdot 10^4 \cdot 10^4$. Это означает, что имеется 5 групп по 4 раз по 10 в каждой, перемноженные между собой. Можно полностью расписать это как $(10^4)^5 = (10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10)(10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10)(10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10)(10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10)(10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10)$. Это позволяет понять, что происходит, когда мы пользуемся правилом, чтобы записать $(10^4)^5 = 10^{4 \cdot 5} = 10^{20}$.

Экспоненциальное представление

Сопроводительные материалы для семей 2

На этой неделе ваш учащийся будет использовать степени числа 10 для работы с очень большими и очень маленькими числами. Например, на монетном дворе США изготовлено более 500 000 000 000 пенни. Чтобы осмыслить это число, необходимо пересчитать все нули. Так как их 11, речь идет о 500 миллиардах пенни. Используя степени числа 10, это можно записать как $5 \cdot 10^{11}$. Преимущество этого способа записи числа состоит в том, что нам сразу видно, сколько в нем нулей (11) и можно эффективнее сравнивать числа, записанные в такой форме. То же самое справедливо и для маленьких количеств. Например, один атом углерода весит примерно 0,0000000000000000000000199 грамма. Если записать это, используя степени числа 10, получится $(1{,}99) \cdot 10^{-23}$.

Степени числа 10 не только облегчают запись этого числа, но и позволяют избежать ошибок, так как очень легко случайно приписать лишний или недописать нужный нуль при записи десятичного числа! Такой способ записи чисел называется экспоненциальным представлением. Мы можем воспользоваться ранее изученными правилами работы со степенями для оценки и решения задач с экспоненциальным представлением.

Ниже приводится задача, которую следует попробовать решить со своим учащимся:

В данной таблице представлены максимальные скорости различных транспортных средств.

транспортное средство	скорость (километры в час)
спортивный автомобиль	$(4{,}15) \cdot 10^2$
основной блок космического корабля «Аполлон»	$(3{,}99) \cdot 10^4$
водный мотоцикл	$(5{,}1) \cdot 10^2$
автономный беспилотник	$(2{,}1) \cdot 10^4$

1. Расположите транспортные средства в порядке от самого быстрого к самому медленному.
2. Максимальная скорость ракетных салазок составляет 10 326 километров в час. Они быстрее или медленнее автономного беспилотника?
3. Оцените, во сколько раз основной блок «Аполлона» быстрее спортивного автомобиля.

Решение:

1. Правильный порядок следующий: основной блок «Аполлона», автономный беспилотник, водный мотоцикл, спортивный автомобиль. Так как все эти значения имеют экспоненциальное представление, для их сравнения можно рассмотреть степени числа 10. Скорости основного блока «Аполлона» и автономного беспилотника имеют максимальную степень числа 10 (10^4), поэтому они являются самыми быстрыми. Основной блок «Аполлона» быстрее, так как 3,99 больше 2,1. Аналогично водный мотоцикл быстрее спортивного автомобиля, потому что скорости и того, и другого имеют одинаковую степень числа 10 (10^2), но 5,1 больше, чем 4,15.
2. Автономный беспилотник быстрее ракетных салазок. В экспоненциальном представлении скорость ракетных салазок составляет $1{,}0326 \cdot 10^4$, а скорость беспилотника составляет $2{,}1 \cdot 10^4$, а 2,1 больше, чем 1,0326.
3. Чтобы найти, во сколько раз основной блок «Аполлона» быстрее спортивного автомобиля, попытаемся найти, во сколько раз $4{,}15 \cdot 10^2$ меньше, чем $3{,}99 \cdot 10^4$. Таким образом, мы попытаемся вычислить $\frac{3{,}99 \cdot 10^4}{4{,}15 \cdot 10^2}$. Поскольку мы выполняем оценку, то можем упросить вычисление до $\frac{4 \cdot 10^4}{4 \cdot 10^2}$. Используя правила работы со степенями и наше понимание множителей, получим $\frac{4 \cdot 10^4}{4 \cdot 10^2} = 1 \cdot 10^{4-2} = 10^2$, то есть основной блок «Аполлона» примерно в 100 раз быстрее спортивного автомобиля!